

Prof. Dr. Alfred Toth

Rationale Semiotik III

In Toth (2012a, b) wurde gezeigt, daß man die Bensesche semiotische Matrix in der Form einer rationalen Matrix darstellen kann:

$$1 > \frac{1}{2} > \frac{1}{3}$$

$$\wedge \quad \wedge \quad \wedge$$

$$2 > 1 > \frac{2}{3}$$

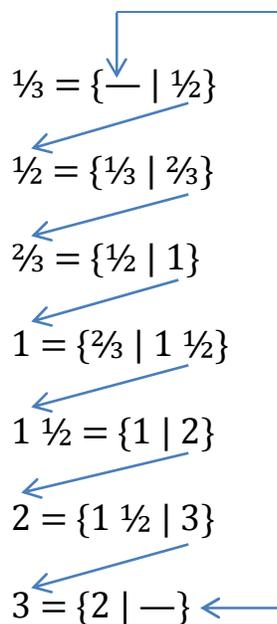
$$\wedge \quad \wedge \quad \wedge$$

$$3 > 1\frac{1}{2} > 1.$$

Schreibt man die Rationalzahlen in linearer Anordnung

$$R = \frac{1}{3} < \frac{1}{2} < \frac{2}{3} < 1 < 1\frac{1}{2} < 2 < 3,$$

so kann man sie mit Hilfe von surrealen Zahlen (vgl. Conway/Guy 1996, S. 283 ff.) z.B. wie folgt zirkulär definieren:



Man erhält also zunächst

$$R = \{\{- | \frac{1}{2}\}, \{\frac{1}{3} | \frac{2}{3}\}, \{\frac{1}{2} | 1\}, \{\frac{2}{3} | 1 \frac{1}{2}\}, \{1 | 2\}, \{1 \frac{1}{2} | 3\}, \{2 | -\}\},$$

und durch weiteres zyklisches Ersetzen erreicht man auf dem kürzesten Weg (d.h. mit einer minimalen Anzahl von Ersetzungen) eine Struktur mengentheoretischer Verschachtelungen, in der als nicht-ersetzte semiotische Werte nur noch Halbe und Ganze erscheinen:

$$R = \{\{- | \{\{- | \frac{1}{2}\} | \{\frac{1}{2} | \{\{\frac{1}{2} | 1\} | \{1 | \{1 \frac{1}{2} | \{2 | -\}\}\}\}\}\}\}, \{\{- | \{\{- | \frac{1}{2}\} | \{\frac{1}{2} | \{\{\frac{1}{2} | 1\} | \{1 | 2\}\}\}\}\} | \{\frac{1}{2} | \{\{\frac{1}{2} | 1\} | \{1 | \{1 \frac{1}{2} | \{2 | -\}\}\}\}\}\}, \{\{\{- | \frac{1}{2}\} | \{\frac{1}{2} | \{\{\frac{1}{2} | 1\} | \{1 | \{1 \frac{1}{2} | \{2 | -\}\}\}\}\}\} | \{\{\frac{1}{2} | 1\} | \{1 | \{1 \frac{1}{2} | \{2 | -\}\}\}\}\}, \{\{\frac{1}{2} | \{\{\frac{1}{2} | 1\} | \{1 | \{1 \frac{1}{2} | \{2 | -\}\}\}\}\} | \{1 | \{1 \frac{1}{2} | \{2 | -\}\}\}\}, \{1 | \{1 \frac{1}{2} | \{2 | -\}\}\}, \{1 | \{1 \frac{1}{2} | \{2 | -\}\}\} | \{2 | -\}\}, \{\{1 \frac{1}{2} | \{2 | -\}\} | -\}\}.$$

Bereits in einer minimalen Verschachtelungsstruktur zeigt sich hier also die enorme Komplexität des Zusammenhangs von rationalen semiotischen Zahlen und deren Einbettungstiefe, die z.B. in den auf Farey-Folgen basierenden Stern-Brocot-Bäumen nur unzulänglich zum Ausdruck kommt (vgl. Toth 2012b).

Literatur

Conway, John H./Guy, Richard K., The Book of Numbers. New York 1996

Toth, Alfred, Rationale Semiotik I, II. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012a,b

13.5.2012